

НАСТАВНИ ПРОГРАМ ЗА ПРЕДМЕТ: МАТЕМАТИКА
СТРУКА: ЕКОНОМИЈА, ПРАВО И ТРГОВИНА
ЗАНИМАЊЕ: ПОСЛОВНО-ИНФОРМАТИЧКИ ТЕХНИЧАР
РАЗРЕД: ЧЕТВРТИ
СЕДМИЧНИ БРОЈ ЧАСОВА: 3
ГОДИШЊИ БРОЈ ЧАСОВА: 96
ДАТУМ: јун 2024. године

ОПШТИ ЦИЉЕВИ

- Усвојити основна знања о реалним функцијама и њиховим особинама;
- Стећи тачност и самопоуздање у рјешавању задатака с реалним функцијама и испитивању особина реалне функције;
- Усвојити основне појмове везано за диференцијални рачун;
- Стећи тачност и прецизност у одређивању извода реалне функције;
- Усвојити основне појмове везано за интеграл функције;
- Стећи тачност и самопоуздање у рјешавању задатака с неодређеним интегралом и примјенама одређеног интеграла;
- Усвојити и репродуковати елементарне особине неодређеног и одређеног интеграла;
- Стећи тачност и прецизност у рачунању интеграла;
- Стећи тачност и самопоуздање при цртању графика у координатном систему;
- Усвојити основне појмове из комбинаторике;
- Стећи тачност и самопоуздање у рјешавању задатака из комбинаторике;
- Усвојити и репродуковати обрасце за рачунања у комбинаторици;
- Стећи тачност и прецизност у одређивању вјероватноће догађаја;
- Стећи тачност и самопоуздање при рјешавању геометријске вјероватноће догађаја;
- Унаприједити вјештине баратања алгебарским изразима, рјешавању разних једначина и неједначина;
- Користити стечено знање у рјешавању задатака;
- Развијање аналитичког и логичког приступа рјешавању проблема;
- Развити навике за тачност, систематичност, упорност и прегледност.

ПОСЕБНИ ЦИЉЕВИ

- Основно знање о реалним функцијама и њеним особинама, као и о граничној вриједности низа и о изводима функција. Добро владање рачунским операцијама, скуповима и скуповним операцијама.

ТЕМЕ

1. Особине реалне функције
2. Гранична вриједност функције
3. Појам и одређивање извода функције
4. Примјена извода на испитивање функција
5. Неодређени интеграл
6. Методе интеграције
7. Одређени интеграл и његова примјена
8. Комбинаторика
9. Вјероватноћа случајног догађаја
10. Условна вјероватноћа догађаја

Оквирни број часова за реализацију тема није дефинисан. Наставник ће приликом планирања и програмирања наставних садржаја, узимајући у обзир факторе попут нивоа постигнућа ученика, нивоа сложености наставне теме, потреба струке и занимања, и сл, одредити број часова потребан за њихову реализацију у оквиру теме. Теме чине обавезни дио Наставног програма, али немају обавезујући карактер што се тиче редослиједа њихове реализације.

ИСХОДИ

1. Особине реалне функције

Знања	Вјештине	Ставови/вриједности
Ученик ће бити способан да: - дефинише реалну функцију једне реалне промјенљиве; - наброји елементарне реалне функције и објасни основне особине сваке од њих; - дефинише сложену реалну функцију; - објасни услове за постојање инверзне функције у једноставнијим случајевима;	Ученик ће бити способан да: - одреди композицију функција и инверзну функцију дате функције; - одреди домен, кодомен функције, испитује особине парности и периодичности; - одреди знак и нуле функције;	Ученик ће бити способан да: - поставља и анализира једноставнији проблем, испланира његово рјешавање одабиром одговарајућих математичких појмова и поступака, ријеши га те протумачи и вреднује рјешење и поступак; - примијени математичке појмове и

- наброји, објасни и на графику протумачи особине функција: домен и кодомен функције, парност (непарност), периодичност, знак, нуле функције, ограниченост; - користи анализу особина функција при рјешавању проблема из праксе;		поступке у различитим контекстима; - изгради ново математичко знање рјешавањем проблема и моделирањем ситуација; - конструктивно, аргументовано и креативно доприноси раду групе, усаглашавању и остварењу заједничких циљева;
---	--	--

2. Гранична вриједност функције

Знања	Вјештине	Ставови/вриједности
Ученик ће бити способан да: - дефинише граничну вриједност функције; - објашњава основне појмове и ставове о граничним вриједностима; - интерпретира граничну вриједност функције (укључујући лијеви и десни лимес) у координатном систему; - објасни појам асимптоте функције; - тумачи понашање функције у контексту постојања/непостојања асимптота;	Ученик ће бити способан да: - рачуна граничну вриједност функције користећи се особинама и основним граничним вриједностима; - рачуна обичну, лијеву и десну граничну вриједност функције; - одреди асимптоте функције;	Ученик ће бити способан да: - планира вријеме за учење и организује процес учења и управља њиме; - развија идеје, истраживачки дух и навике да слуша друге и аргументује свој став/мишљење; - користи информационе технологије за чување, презентацију и обраду података; - презентује и интерпретира рјешења у контексту датог проблема;

3. Појам и одређивање извода функције

Знања	Вјештине	Ставови/вриједности
Ученик ће бити способан да: - дефинише извод функције и објасни геометријску и кинематичку интерпретацију; - наводи особине извода функције и правила	Ученик ће бити способан да: - рачуна извод функције по дефиницији; - наводи изводе елементарних функција (таблични изводи);	Ученик ће бити способан да: - планира вријеме за учење и организује процес учења и управља њиме; - развија идеје, истраживачки дух и

извођења; - примијени таблицу извода елементарних функција на одређивање извода функције; - објасни основне појмове, теореме и поступке диференцирања функција; - објасни и примијени поступак диференцирања сложене функције; - објасни и примијени поступак диференцирања инверзних функција; - објасни и примијени извод функције при одређивању тангенте и нормале на криву; - примијени извод функције у проблемским задацима; - објасни и примијени Лопиталово правило; - објасни појам диференцијала и његову примјену на апроксимацију функције; - објасни извод вишег реда; - објасни и примијени поступак диференцирања имплицитно задане функције;	- примијени поступке за рачунање извода сложених и инверзних функција; - одреди тангенту и нормалу на криву у датој тачки примјеном извода; - одреди изводе вишег реда; - користи рачунарске програме као помоћно средство за израчунавања извода функције;	навике да слуша друге и аргументује свој став/мишљење; - користи информационе технологије за чување, презентацију и обраду података; - презентује и интерпретира рјешења у контексту датог проблема;
---	--	--

4. Примјена извода на испитивање функција

Знања	Вјештине	Ставови/вриједности
Ученик ће бити способан да: - објасни везу између монотоности функције и знака првог извода - дефинише екстремну вриједност функције и објасни начине одређивања екстремних вриједности функције помоћу првог извода; - објасни везу између конвексности функције и	Ученик ће бити способан да: - одреди интервале монотоности функције на основу знака првог извода; - одреди екстремне вриједности функције помоћу првог извода; - одреди интервале конвексности функције на основу знака другог извода и одреди превојне	Ученик ће бити способан да: - планира вријеме за учење и организује процес учења и управља њиме; - развија идеје, истраживачки дух и навике да слуша друге и аргументује свој став/мишљење; - користи информационе технологије за

знака другог извода; - одреди превојне тачке помоћу другог извода функције; - примјењује математички апарат при одређивању тока и скицирања графика сложене функције.	тачке примјеном другог извода; - испита особине, анализира ток функције и скицира график реалне функције; - рјешава проблеме из различитих домена користећи се особинама и анализом тока функције; - користи рачунарске програме као помоћно средство за анализу тока и скицирање графика функције.	чување, презентацију и обраду података; - презентује и интерпретира рјешења у контексту датог проблема;
---	--	--

5. Неодређени интеграл

Знања	Вјештине	Ставови/вриједности
Ученик ће бити способан да: - дефинише примитивну функцију и неодређени интеграл; - објасни везу између извода функције и неодређеног интеграла; - наведе интеграле елементарних функција из таблице интеграла елементарних функција; - објасни правила за интегрисање функције помножене скаларом и интегрисање збира и разлике функција; - објасни поступке трансформисања сложенијих интеграла на интеграле који се могу израчунати методом непосредне интеграције;	Ученик ће бити способан да: - рачуна неодређени интеграл који се може израчунати примјеном метода непосредне интеграције;	Ученик ће бити способан да: - поставља и анализира једноставнији проблем, испланира његово рјешавање одабиром одговарајућих математичких појмова и поступака, ријеши га те протумачи и вреднује рјешење и поступак; - примијени математичке појмове и поступке у различитим контекстима;

6. Методе интеграције

Знања	Вјештине	Ставови/вриједности
Ученик ће бити способан да: - објасни методу замјене за израчунавање неодређеног интеграла; - објасни методу парцијалне интеграције за израчунавање неодређеног интеграла; - објасни поступак интеграције рационалних функција; - аргументује избор метода за одређивање неодређеног интеграла на основу задате подинтегралне функције;	Ученик ће бити способан да: - примјењује методу замјене за израчунавање неодређеног интеграла; - примјењује методу парцијалне интеграције за израчунавање неодређеног интеграла; - примјењује методе за интеграљење рационалних функција; - комбинује различите методе интеграције за одређивање неодређених интеграла сложених подинтегралних функција; - користи рачунарске програме као помоћно средство за израчунавања неодређеног интеграла;	Ученик ће бити способан да: - изгради ново математичко знање рјешавањем проблема и моделирањем ситуација; - конструктивно, аргументовано и креативно доприноси раду групе, усаглашавању и остварењу заједничких циљева; - планира вријеме за учење и организује процес учења и управља њиме; - развија идеје, истраживачки дух и навике да слуша друге и аргументује свој став/мишљење;

7. Одређени интеграл и његова примјена

Знања	Вјештине	Ставови/вриједности
Ученик ће бити способан да: - објасни појам одређеног интеграла; - формулише Њутн-Лајбницову формулу за рјешавање одређеног интеграла; - објасни правила и поступке одређивања одређеног интеграла;	Ученик ће бити способан да: - рачуна одређени интеграл користећи различите методе интеграљења; - одређује површину и запремину тијела примјеном одређеног интеграла; - користи рачунарске програме као помоћно	Ученик ће бити способан да: - користи информационе технологије за чување, презентацију и обраду података; - презентује и интерпретира рјешења у контексту датог проблема;

- аргуентује избор метода за одређивање одређеног интеграла на основу задате подинтегралне функције; - објасни везу између одређеног интеграла и површине криволинијског трапеза одређеног луком криве; - објасни поступке рачунања површине и запремине тијела помоћу одређеног интеграла.	средство за израчунавања одређеног интеграла.	
---	---	--

8. Комбинаторика

Знања	Вјештине	Ставови/вриједности
Ученик ће бити способан да: - објасни појам факторијала и биномног коефицијента и наведе њихове особине; - аргуентује комбинаторни принцип који треба примјенити за пребројавање датог скупа; - објашњава основне принципе пребројавања у проблемским задацима; - објашњава разлике између пермутације, варијације и комбинације са и без понављања; - илуструје, креира и рјешава различите проблемске ситуације примјеном комбинаторних техника пребројавања скупова;	Ученик ће бити способан да: - рачуна факторијал и биномне коефицијенте, као и елементе Паскаловог троугла; - примјењује биномну формулу у рјешавању комбинаторних проблема; - одређује број пермутација, варијација и комбинација са и без понављања на основу задатих улазних података; - примјењује технике пребројавања елемената скупова у различитим проблемским задацима; - користи рачунарске програме као помоћно средство за рјешавање комбинаторних задатака;	Ученик ће бити способан да: - поставља и анализира једноставнији проблем, испланира његово рјешавање одабиром одговарајућих математичких појмова и поступака, ријеши га те протумачи и вреднује рјешење и поступак; - примијени математичке појмове и поступке у различитим контекстима; - изгради ново математичко знање рјешавањем проблема и моделирањем ситуација;

9. Вјероватноћа случајног догађаја

Знања	Вјештине	Ставови/вриједности
Ученик ће бити способан да: - наводи примјере догађаја, разликује појмове скуп свих догађаја и елементарни догађај; - објасни појмове сигуран и немогућ догађај, супротан догађај; - разумије и користи алгебру догађаја; - одреди вјероватноћу догађаја користећи класичну дефиницију вјероватноће и комбинаторне принципе; - дефинише класичну вјероватноћу догађаја и наброји њене особине; - објашњава технике израчунавања вјероватноће случајног догађаја; - илуструје, ријешава и креира примјере случајних догађаја;	Ученик ће бити способан да: - препозна различите исходе елементарних догађаја неког експеримента; - приказује пресјек, унију и супротан догађај помоћу скупова и операција са скуповима; - рачуна вјероватноће случајног догађаја;	Ученик ће бити способан да: - конструктивно, аргументовано и креативно доприноси раду групе, усаглашавању и остварењу заједничких циљева; - планира вријеме за учење и организује процес учења и управља њиме; - развија идеје, истраживачки дух и навике да слуша друге и аргументује свој став/мишљење; - користи информационе технологије за чување, презентацију и обраду података;

10. Условна вјероватноћа догађаја

Знања	Вјештине	Ставови/вриједности
Ученик ће бити способан да: - дефинише условну вјероватноћу догађаја; - објасни разлику између зависних и независних догађаја; - наведе и примијени формулу потпуне вјероватноће; - одреди условну вјероватноћу догађаја А у односу на догађај В;	Ученик ће бити способан да: - повезује експерименталне податке и теоријске вјероватноће; - рачуна вјероватноће зависних и независних догађаја; - примјењује формулу потпуне вјероватноће; - предвиђа исходе догађаја примјеном техника теорије вјероватноће.	Ученик ће бити способан да: - презентује и интерпретира рјешења у контексту датог проблема;

- коришћењем особина вјероватноће и условне вјероватноће рачуна вјероватноћу сложених догађаја (супротног догађаја, збира, производа); - илуструје, креира и рјешава примјере проблемских ситуација који укључују условну вјероватноћу;		
--	--	--

ДИДАКТИЧКА УПУТСТВА И ПРЕПОРУКЕ - СМЈЕРНИЦЕ ЗА НАСТАВНИКЕ

Особине реалне функције

Особине функција, о којима ученици имају одређена сазнања, треба проширити и додатно илустровати одабраним примјерима. Пронаћи примјере из праксе и повезати их са елементарним функцијама. У струкама и занимањима гдје је то примјерено обрадити инверзне тригонометријске функције. Подстицати ученике да уочавају и креирају примјере из реалног живота или других наука у којима се могу употребити реалне функције.

Гранична вриједност функције

Тему почети понављањем основних знања о граничној вриједности низа и особинама граничне вриједности. Граничне вриједности користити за развој појма о односима бесконачно малих и бесконачно великих величина као и однос коначних величина према претходним. Посебан акценат ставити на одређивање асимптота реалних функција, као и на геометријску интерпретацију.

Појам и одређивање извода функције

За сваки тип извода урадити већи број примјера полазећи од једноставнијих ка сложенијим. Превише простора не давати одређивању извода по дефиницији, већ увјежбати одређивање извода примјеном правила извођења и табличних извода. Примјеном извода објаснити употребу Лопиталовог правила и лакшег одређивања граничне вриједности функције када је то могуће. Указати на примјену диференцијала код апроксимације функција код образовних профила у којима то има смисла.

Примјена извода на испитивање функција

Акценат ставити на испитивање и цртање графика полиномских и рационалних функције. Показати примјене извода на проблемским задацима у којима се појављују екстремне вриједности. Ради провјере тачности и прецизности графика користити и препоручити ученицима неке од апликација или онлајн програма.

Неодређени интеграл

Указати на везу између извода и неодређеног интеграла, увести појам примитивне функције. Интеграљење протумачити као операцију која је инверзна диференцирању. Урадити више примјера за сваки тип интеграла, како би ученици лакше могли да савладају и меморишу таблицу неодређених интеграла елементарних функција.

Методе интеграције

Ученицима објаснити поступак трансформације рационале функције на праве рационалне функције. Интеграцију рационалних функција сводити на табличне интеграле.

Одређени интеграл и његова примјена

Полазећи од проблема површине криволинијског трапеза, доћи до појма одређеног интеграла као граничне вриједности збира бесконачно много бесконачно малих величина. Указати на основна својства одређеног интеграла, а акценат ставити на примјену.

Комбинаторика

Посветити пажњу рачунању и особинама факторијала и биномних коефицијената, као и примјени биномне формуле. Подстицати ученике да проналазе и креирају примјере пребројавања скупа.

Вјероватноћа случајног догађаја

Увести појам случајног догађаја, а затим појам вјероватноће објаснити преко класичне дефиниције вјероватноће и статистичке дефиниције вјероватноће. Аксиоматску дефиницију увести само ако има смисла. Основне теореме о вјероватноћи увести и илустровати примјереним

садржајима. Давати ученицима да креирају и рјешавају примјере случајних догађаја. При обради градива давати што више конкретних примјера из живота и струке.

Условна вјероватноћа догађаја

Показати и увјежбати на једноставнијим примјерима Бајесову формулу. Подстицати ученике да они креирају и рјешавају примјере из условне вјероватноће.

ОЦЈЕЊИВАЊЕ

Оцјењивање се врши у складу са Законом о средњем образовању и васпитању и Правилником о оцјењивању ученика у настави и полагању испита у средњој школи.

ИНТЕГРАЦИЈА

1. Разни стручни предмети
2. Практична настава

ИЗВОРИ

1. Уџбеник одобрен од стране Министарства просвјете и културе Републике Српске
2. Друга стручна литература и приручници
3. Интернет